Beta
Vol. 5 No. 2 (Nopember) 2012, Hal. 149-165

p-ISSN: 2085-5893 / e-ISSN: 2541-0458
http://jurnalbeta.ac.id

MENENTUKAN KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK) DAN FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB) DENGAN MENGGUNAKAN METODE "*PEBI*"

Suci Yuniati[1]

ABSTRACT: Mathematics is a tool to develop ways of thinking, because mathematics is indispensable for both daily life and progressing science and technology so that mathematics needs to be taught to each student since elementary school, even since kindergarten. Establishing a thorough understanding of math requires a priorly love of math. Therefore a teacher should be able to create "Fun Learning" in the classroom. Fun learning in mathematics can be created when a teacher is able to teach math concepts using methods and techniques variedly so that it is not monotone and boring for students. One material that is taught at elementary and junior high is lesson of KPK and FPB and it is also widely used to understand the concept of high school math. There are several techniques that are commonly used in instilling the concept of KPK and FPB that is using the concept of factors and multiplication. But the concept is not enough. There, it needs for the addition of new concepts that need to introduce to students so that students have many alternatives in resolving issues concerning the KPK and FPB. Given the importance of these concepts, the author tries to connect to other concepts in determining KPK and FPB that is an unusual method introduced in textbooks in school. This method consists of four techniques in solving KPK and FPB. This method is obtained by combining several mathematical concepts to be applied in determining KPK and FPB. Four such techniques determine KPK and FPB in the form of fractions, using the Euclidean algorithm, a concept of prime numbers, and slices in the concept of set theory. The four methods are not prevalent but be expected to be an alternative for teachers so that they can add insight into mathematical concepts entirety.

Key words: *KPK; FPB; and Methods of "Pebi"*

---

[1] UIN Suska, Riau, Indonesia, suciyuniati_mlg@yahoo.co.id

A. PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang dipelajari pada jenjang pendidikan dasar dan jenjang pendidikan menengah. Pembelajaran matematika pada jenjang pendidikan dasar bertujuan untuk melatih cara berpikir secara sistematis, logis, kritis, kreatif, dan konsisten.[2] Pembelajaran matematika pada jenjang pendidikan menengah bertujuan untuk (1) melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, (2) mengembangkan kemampuan memecahkan masalah, (3) mengembangkan aktivitas kreatif, dan (4) mengembangkan kemampuan dalam menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan.[3] Sedangkan tujuan pembelajaran matematika pada jenjang pendidikan dasar adalah Siswa mampu: (1) menggunakan matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah atau soal yang mencakup: kemampuan memahami model matematika, operasi penyelesaian model, dan penafsiran solusi model terhadap masalah semula, (2) Menggunakan matematika sebagai cara bernalar dan untuk mengkomunikasikan gagasan secara lisan dan tertulis, misalnya menyajikan masalah ke bentuk model matematika.[4]

Soedjadi[5] menyatakan bahwa matematika sebagai wahana pendidikan tidak hanya dapat digunakan untuk mencapai satu tujuan, misalnya mencerdaskan siswa, tetapi dapat pula untuk membentuk kepribadian siswa serta mengembangkan keterampilan tertentu. Hudojo[6] juga menyatakan bahwa matematika adalah suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir, karena matematika sangat diperlukan baik untuk kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK sehingga matematika perlu dibekalkan kepada setiap peserta didik sejak SD, bahkan sejak TK. Seandainya matematika tidak ada dan tidak diajarkan

---

[2] Depdiknas. *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Kelas I s/d VI Sekolah Dasar dan Madrasah Ibtidaiyah*. Jakarta: Kloang Klede Putra Timur. 2004. Hlm.75

[3] Depdiknas. *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Pertama & Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas. 2003. Hlm.6

[4] : http://id.shvoong.com/writing-and-speaking/presenting/2063167-kajian-teori-pembelajaran-matematika-di/#ixzz1NFYxj8bC

[5] Soedjadi. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan.* Jakarta: Balai Pustaka.2000. Hlm.7

1

[6] Hudojo, Herman. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Jurusan Matematika FMIPA: UM. 2003. Hlm.40

maka akan terjadi kekacauan, karena dalam kehidupan sehari-hari konsep dan prinsip matematika banyak digunakan dan diperlukan sebagai alat bantu. Misalkan, dalam kegiatan perdagangan (jual beli) dan pengukuran luas tanah perhitungannya menggunakan matematika, nomor rumah, nomor mobil, dan nomor telepon menggunakan angka, transportasi menggunakan matematika dalam pengukuran kecepatan dan bahan bakar, dalam ilmu komputer terdapat program-program komputer yang menggunakan konsep-konsep dasar matematika untuk menyelesaikan permasalahan dan soal-soal matematika. Oleh karena itu penguasaan matematika diperlukan bagi semua siswa agar dapat diaplikasikan dalam kehidupan bermasyarakat.

Mengingat pentingnya kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari, maka seorang guru harus bisa menanamkan konsep-konsep matematika dan dapat memberikan pemahaman matematika kepada siswanya. Langkah awal untuk membentuk pemahaman yang utuh pada siswa dalam pelajaran matematika diperlukan kecintaan terlebih dahulu terhadap matematika, oleh karena itu seorang guru hendaknya mampu menciptakan "*Fun Learning*" di dalam kelas. *Fun learning* pada matematika dapat tercipta apabila seorang guru mampu mengajarkan konsep matematika menggunakan metode dan teknik-teknik yang bervariatif sehingga tidak menoton dan membosankan bagi siswa.[7]

Salah satu materi yang menjadi dasar matematika sekolah adalah bilangan, pemahaman yang baik tentang konsep bilangan akan sangat membantu dalam memahami konsep-konsep yang lain, seperti pada materi KPK dan FPB yang merupakan materi yang diajarkan dari tingkat SD sampai SMP dan banyak digunakan untuk memahami konsep matematika SMA. Konsep faktor, kelipatan, KPK dan FPB di jenjang SD dan SMP, sering kali disajikan sangat mendasar, namun tidak secara utuh. Sebagai contoh untuk menentukan KPK dan FPB cenderung menggunakan salah satu cara yaitu konsep pohon faktor (faktorisasi prima), sementara munculnya konsep ini tidak dikaji secara utuh atau melupakan materi prasyaratnya yaitu konsep bilangan prima sehingga metode untuk menentukan KPK dan

[7] Suryadi. *KBK dan FPB dengan Metode Ebik*. Blog.2009

FPB kadangkala sulit dikembangkan dan cenderung menoton dan hanya mengikuti cara-cara yang lazim yang ada di buku cetak.

Pada kesempatan ini, penulis mencoba menghubungkan konsep-konsep yang lain dalam menentukan KPK dan FPB yaitu suatu metode yang tidak lazim diperkenalkan di buku-buku teks yang ada di sekolah, metode ini terdiri dari 4 teknik dalam menyelesaikan konsep KPK dan FPB, metode ini diperoleh dengan menggabungkan beberapa konsep matematika untuk diaplikasikan dalam menentukan KPK dan FPB. Empat teknik tersebut adalah menentukan KPK dan FPB dalam bentuk bilangan **pecahan**, menggunakan algoritma **euclides**, konsep bilangan **basit** (prima), dan konsep **irisan** pada teori himpunan. Keempat metode yang tidak lazim ini diharapkan bisa menjadi alternatif bagi guru sehingga dapat menambah wawasan tentang konsep-konsep matematika secara utuh.

B. PEMBAHASAN

Ada beberapa cara menentukan KPK dan FPB yang dikembangkan di tingkat SD dan SMP diantaranya adalah menggunakan teorema faktor dan kelipatan, dan faktorisasi prima (pohon faktor), namun belum ada buku-buku ditingkatan ini menggunakan metode yang berbeda. Selain menggunakan metode yang lazim di atas akan ditunjukkan bagaimana menentukan KPK dan FPB dalam bentuk bilangan **pecahan**, menggunakan algoritma **euclides**, konsep bilangan **basit** (prima), dan konsep **irisan** pada teori himpunan. Keempat teknik tersebut akan diuraikan di bawah ini.

A. Menentukan FPB dan KPK Tiga Bilangan atau Lebih (Bilangan Asli, Pecahan Biasa, Pecahan Campuran dan Desimal) dengan Membagi Bilangan Prima

1. Menentukan KPK

Contoh 1:

Hitung KPK dari 18, 28, dan 36

Caranya

18	28	36	: 2
9	14	18	: 2
9	7	9	: 3
3	7	3	: 3
1	7	1	

KPK-nya adalah hasil bagi vertikal × hasil akhir horizontal

$= (2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (7 \times 1) = 252$

(**Pada hasil akhir horizontal yang diambil hanya bilangan yang berbeda**)

Contoh 2:

Hitung KPK dari 18, 24, 60, dan 150

Caranya

18 24 60 150 : 2
9 12 30 75 : 2
9 6 15 75 : 3
3 2 5 25 : 5
3 2 1 5

KPK-nya = $(2 \times 2 \times 3 \times 5) \times (3 \times 2 \times 1 \times 5) = 1.800$

Contoh 3:

Hitung KPK dari 12, 15, 90, 108, 135, dan 150

Caranya

Bagi tiap bilangan dengan bilangan prima terkecil

Tulis hasil di bawahnya. Jika tidak habis dibagi, tulis angka semula

KPK adalah perkalian semua bilangan pembagi dan bilangan-bilangan sisa

Jika pada 1 baris ada bilangan kelipatannya kita boleh coret bilangan itu.

12 15 90 108 135 150 : 2
45 54 135 75 : 3
18 45 25 : 3
6 15 25 : 5
6 3 5

Catatan

12 dicoret karena 108 adalah kelipatan 12

15 dicoret karena 90 adalah kelipatan 15

45 dcoret karena 135 adalah kelipatan 45

3 dicoret karena 6 adalah kelipatan 3

Jadi KPKnya $(2 \times 3 \times 3 \times 5) \times (6 \times 5) = 2.700$

Contoh 4:

Hitung KPK dari 0,6 ; 9,6 ; dan 0,36

Caranya

Untuk menghitung KPK pecahan desimal kita kalikan pecahan itu dengan suatu bilangan sehingga menjadi bilangan bulat. Kemudian hasil KPK bilangan bulat itu dibagi dengan bilangan pengali.

Kalikan 100 menjadi 60, 960, dan 36

60	960	36	: 2
30	480	18	: 2
15	240	9	: 3
5	80	3	: 5
1	16	3	: 2
1	8	3	: 2
1	4	3	: 2
1	2	3	

KPKnya(2 × 2 × 3 × 5 × 2 × 2 × 2)×(1 × 2 × 3) = 2.880

Jadi KPK sebenarnya adalah $\frac{2880}{100} = 28{,}8$

Contoh 5:

Hitung KPK dari $\frac{108}{375}$, $1\frac{17}{25}$ dan $\frac{54}{55}$

Caranya

- Jadikan pecahan sederhana $\frac{108}{375} = \frac{36}{125}$, $1\frac{17}{25} = \frac{42}{25}, \frac{54}{55}$
- Jadikan bilangan bulat dengan mengalikan dengan 1.375 yaitu dengan mencari KPK dari penyebut
- Jadi kita hitung KPK dari $\frac{36}{125} \times 1.375 = 396$, $\frac{42}{25} \times 1375 = 2.310$ dan

  $\frac{54}{55} \times 1.375 = 1.350$

396	2310	1350	: 2
198	1155	675	: 5
198	231	135	: 3
66	77	45	: 11
6	7	45	: 3
2	7	15	: 3
2	7	5	

Jadi KPKnya (2 × 5 × 3 × 11 × 3 × 3) × (2 × 7 × 5) = 207.900

KPK sebenarnya $\frac{207.900}{1.375} = 151\frac{1}{5}$

Cara lain

Gunakan rumus berikut.

$$\boldsymbol{KPK\ pecahan} = \frac{\boldsymbol{KPK\ pembilang}}{\boldsymbol{FPB\ penyebut}}$$

Dari contoh 5 diperoleh

KPK dari $\frac{36}{125}$, $\frac{42}{25}$ dan $\frac{54}{55}$ adalah

$\frac{KPK\ dari\ 36,42, dan\ 54}{FPB\ dari\ 125,25\ dan\ 55} = \frac{756}{5} = 151\frac{1}{5}$

Contoh 6:

Hitung KPK $4\frac{1}{2}$, 3 dan $10\frac{1}{2}$

Caranya

Jadikan pecahan sederhana $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}, 3 = \frac{3}{1}$, dan $10\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$

KPK dari $\frac{9}{2}, \frac{3}{1}$, dan $\frac{21}{2}$ adalah $\frac{KPK\ dari\ 9,3,21}{FPB\ dari\ 2,1,2} = \frac{63}{1} = 63$

2. Menentukan FPB

Langkah-langkahnya:

- Bagi dengan bilangan prima hingga sekecil mungkin.
- Syaratnya semua bilangan **harus habis dibagi**.
- Pembagian berhenti ketika salah satu dari 3 bilangan tidak habis dibagi (berbeda dengan langkah menghitung KPK).

Contoh 7:

Hitung FPB dari 48, 72, dan 96

Caranya

48 72 96 : 2
24 36 48 : 2
12 18 24 : 2
6 9 12 : 3
2 3 4

FPBnya adalah mengalikan pembagi bilangan prima

Jadi FPBnya 2 × 2 × 2 × 3 = 24

Contoh 8:

Berapa FPB dari 16,5 ; 0,45 ; dan 15

Caranya

Untuk menghitung FPB pecahan desimal kita jadikan bilangan bulat lebih dulu dengan mengalikannya dengan suatu bilangan. Kemudian hasilnya dibagi blangan itu.

- Kita kalikan 100, sehingga kita cari FPB dari 1.650, 45, dan 1.500
- FPB dari 1.650, 45, dan 1.500 dapat dicari hasilnya 15
- FPB yang dicari adalah $\frac{15}{100} = 0{,}15$

Contoh 9:

Berapa FPB dari $\frac{54}{9}$, $3\frac{9}{17}$ dan $\frac{36}{51}$

Caranya

Untuk menghitung FPB pecahan, kita jadikan pecahan itu semua menjadi bilangan bulat dengan mengalikannya dengan suatu bilangan. Kemudian hasilnya dibagi bilangan itu

- Kita sederhanakan lebih dulu pecahan itu $\frac{54}{9} = 6,\ 3\frac{9}{17} = \frac{60}{17}$ dan $\frac{36}{51} = \frac{12}{17}$
- Kalikan 17 sehingga pecahan di atas menjadi bilangan bulat yaitu $6 \times 17 = 102$,
  $\frac{60}{17} \times 17 = 60,\ \frac{12}{17} \times 17 = 12$
- Jadi kita cari FPB dari 102, 60, dan 12. Hasilnya adalah 6
- Jadi FPB yang dicari adalah 6 dibagi 17 yaitu $\frac{6}{17}$

Contoh 10:

Hitung ukuran pita pengukur terbesar yang dapat mengukur pita yang panjangnya 6 m dan $7\frac{1}{2}m$.

Caranya

- Kita sederhanakan lebih dulu pecahan itu yaitu 6 dan $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$
- Kita kalikan 2 sehinga kita peroleh $6 \times 2 = 12$ dan $\frac{15}{2} \times 2 = 15$.
- Jadi kita cari FPB dari 12 dan 15 yaitu 3
- Jadi FPB sebenarnya adalah 3 dibagi 2 yaitu $\frac{3}{2}$
- Ukuran pita terbesar $\frac{3}{2}m$

B. Menentukan FPB dengan Mengunakan Algoritma Euclides

Pada pembahasan ini, penulis akan membahas beberapa konsep dasar yang sering tidak dipahami secara tuntas di jenjang SD baik oleh guru maupun oleh siswa sendiri. Beberapa materi ini juga menjadi materi prasyarat dari konsep KPK dan FPB yang akan kita kaji mendalam untuk menemukan beberapa metode yang tidak lazim digunakan di tingkat sekolah dasar dan menengah.

KETERBAGIAN

Definisi 1:

Suatu bilangan bulat *b* adalah habis dibagi oleh suatu bilangan bulat $a \neq 0$ jika ada suatu bilangan bulat *x* sehingga $b = ax$, dapat ditulis sebagai a/b dibaca *a* membagi *b* atau *b* habis dibagi *a*

Catatan: istilah “membagi” di sini diartikan “membagi habis” atau “terbagi habis” sehingga tidak ada sisa (tak bersisa)

Untuk $b = ax$, maka

- *a* di sebut faktor *b*, atau pembagi *b*.
- *b* di *sebut* juga kelipatan *a*.
- *x* di *sebut hasil* bagi (untuk *a* 0)

Contoh 1:

- $6/24$ sebab ada bilangan *x* sehingga 24 = 6 . *x* (dimana x = 4, merupakan hasil bagi).
- $4/30$ sebab tidak ada bilangan *x*, sehingga 30 = 4 . *x* (tidak ada nilai x yang memenuhi)

Sebelum dibahas Algoritma Euclides, perlu dipahami dulu tentang algoritma pembagian yang dituangkan dalam teorema berikut ini:

Teorema 1. Algoritma Pembagian

Untuk sebarang bilangan bulat *a* dan *b* dengan $a > b$, *a > 0*, ada bilangan bulat *q* dan *r* sehingga:

$$\boldsymbol{b = qa + r} \qquad \boldsymbol{0 \leq r} < a$$

Jika *a* tidak habis membagi *b*, maka 0 < *r* < *a*

Dimana bilangan *r* disebut sisa pembagian *b* oleh *a*, dan *q* disebut sisa hasil bagi *b* oleh *a*

Algoritma adalah suatu cara memperoleh suatu hasil dengan menerapkan berkali-kali suatu operasi, sedemikian sehingga sebuah unsur yang di dapat dari satu kali menerapkan operasi itu dipakai paling kurang satu kali dalam terapan berikutnya, hingga diperoleh hasil yang diinginkan. Algoritma pembagian ini di tingkat sekolah dasar dan menengah di sebut Teorema Sisa.

PEMBAGI BERSAMA

Istilah pembagi bersama di tingkat sekolah dasar dan menengah lebih lazim di kenal dengan faktor persekutuan.

Definisi 2:

Suatu bilangan bulat a disebut pembagi bersama b dan c, jika a membagi b dan a membagi c (a/b dan a/c)

Tiap bilangan bulat tak nol hanya memiliki sejumlah terbatas pembagi saja (faktor saja), sehingga banyaknya pembagi bersama untuk b dan c hanya ada sejumlah terbatas saja, kecuali untuk kasus b = c = 0.

Bilangan 1 akan membagi tiap bilangan. Maka 1 merupakan pembagi bersama dua bilangan bulat sembarang a dan b sehingga tiap pasang bilangan bulat akan selalu memiliki pembagi bersama (faktor persekutuan).

Jika paling kurang satu diantara bilangan-bilangan bulat b dan c adalah tidak nol maka yang terbesar di antara pembagi-pembagi bersamanya yang positif disebut Pembagi Bersama Terbesar (PBT) b dan c. dapat di tulis (b,c) sebagai PBT b dan c. Istilah **Pembagi Bersama Terbesar (PBT)** di SD di sebut **Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)**.

Teorema 2:

Jika (b,c) = g, yaitu g PBT untuk b dan c maka berlaku “g membagi b” dan “g membagi c”. jika ada h yang membagi b dan c, maka h ≤ g

KELIPATAN BERSAMA

Definisi 3:

Bilangan-bilangan bulat $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n, masing-masing tak nol, memiliki **kelipatan bersama** b, jika a_i b untuk i = 1, 2, 3, …………..,n.

Untuk bilangan-bilangan bulat $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n, masing-masing tak nol, **Kelipatan Bersama Terkecil (KBT)** mereka adalah bilangan positif yang terkecil diantara kelipatan-kelipatan bersama untuk $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n, itu.

Kita lambangkan [a_1,a_2] sebagai KBT a_1 dan a_2 dan [$a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n] sebagai KBT dari $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n.

Teorema 3:

Jika b suatu kelipatan bersama $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n maka$[\,a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots., a_n,] / b$. dengan kata lain, jika h KBT untuk $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n yaitu h =[$a_{1,}$ a_2, a_3,…….,$a_{n,}$] maka 0, ± h, ±2h, ±3h, …. Merupakan kelipatan-kelipatan bersama $a_{1,}$ a_2, a_3,…….,a_n. Bilangan b tadi salah satu dari kelipatan-kelipatan itu.

Istilah **Kelipatan Bersama Terkecil (KBT)** pada jenjang SD **disebut Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)**.

Algoritma Euclides adalah penerapan algoritma berkali-kali sampai menghasilkan sisa yang sama dengan nol. Algoritma Euclides dapat dinyatakan dalam Teorema berikut ini:

Teorema 4. Teorema Euclides

Jika $r_{0,}r_1 \in Z, r_0 > r_1, r_1 > 0$ dan dengan langkah-langkah algoritma pembagian dibentuk suatu barisan menurun bilangan-bilangan bulat: $r_0, r_1, r_2, \cdots, r_{k-1}, r_k, r_{k+1} = 0$ yaitu:

$$
\begin{array}{ll}
r_0 = q_1 r_1 + r_2 & 0 \leq r_2 < r_1 \\
r_1 = q_2 r_2 + r_3 & 0 \leq r_3 < r_2 \\
\vdots & \vdots \\
r_{k-2} = q_{k-1} r_{k-1} + r_k & 0 \leq r_k < r_{k-1} \\
r_{k-1} = q_k r_k + r_{k+1} & r_{k+1} = 0
\end{array}
$$

Maka FPB $(r_0, r_1) = r_k$

Tentunya, penggunaan metode ini dalam menentukan FPB perlu terlebih dahulu memahami algoritma di atas. Kesulitan yang sering muncul di SD dan SMP dengan menggunakan metode faktorisasi prima adalah ketika bilangan itu bilangan besar. Berikut ini akan ditunjukkan perbandingan penggunaan kedua metode dalam contoh berikut ini:

Contoh 11:

Tentukan FPB dari 66 dan 50

Menggunakan Metode Faktorisasi Prima	Menggunakan Metode Algoritma Euclides
FPB dari 66 dan 50 = 2	Diberikan $r_0 = 66\ dan\ r_1 = 50$ berdasarkan algoritma diatas kita

	dapat nyatakan 66 = (1) (50) + 16 50 = (3) (16) + 2 16 = (8) (2) + 0 FPB (66,50) = 2

Contoh 12:

Tentukan FPB dari 866 dan 654

Dengan Algoritma Euclides di peroleh:

866 = (1) (654) + 212

654 = (3) (212) + 18

212 = (11) (18) + 14

18 = (1) (14) + 4

14 = (3) (4) + 2

4 = (2) (2) + 0

Jadi FPB dari 866 dan 654 adalah 2

Contoh 13:

Tentukan FPB dari 790 dan 650

Dengan Algoritma Euclides di peroleh:

790 = (1) (650) + 140

650 = (4) (140) + 90

140 = (1) (90) + 50

90 = (1) (50) + 40

50 = (1) (40) + 10

40 = (4) (10) + 0

Jadi FPB dari 790 dan 650 adalah 10

Contoh 14:

Tentukan FPB dari 3328 dan 11375

Dengan Algoritma Euclides di peroleh:

11375 = (3) (3328) + 1391

3328 = (2) (1391) + 546

1391 = (2) (546) + 299

546 = (1) (299) + 247

299 = (1) (247) + 52

247 = (4) (52) + 39

52 = (1) (39) + 13
39 = (3) (13) + 0
Jadi FPB dari 3328 dan 11375 adalah 13

Penggunaan Algoritma Euclides ini bisa menjadi salah satu alternatif metode dalam menemukan FPB suatu bilangan, metode ini sangatlah mudah dan tidak terlalu rumit. Metode ini bisa diperkenalkan di tingkat sekolah dasar dan menengah, namun perlu diketahui kelemahan metode ini bahwa hanya dapat diberlakukan untuk dua bilangan saja. Bagaimana kita menentukan KPK dengan cara ini? Tentunya menjadi pertanyaan bagi setiap pembaca. Algoritma ini tidak dapat menentukan KPK tetapi dengan bantuan Algoritma ini FPB yang sudah ditemukan dapat digunakan untuk membantu kita dalam menentukan KPK dengan menggunakan teorema berikut.

Teorema 5:
Untuk dua bilangan bulat positif sebarang *a* dan *b*, berlaku hubungan

[a,b](a,b) = a.b

atau dengan kata lain hasil perkalian antara KPK dan FPB sama dengan hasil perkalian kedua bilangan itu.

Terjemahan teorema ini dapat dipahami apabila FPB suatu bilangan sudah kita ketahui, sehingga penentuan FPB lebih awal sangatlah penting. Teorema ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk yang berbeda yaitu KPK adalah hasil bagi antara perkalian dua bilangan a dan b dengan FPB nya.

Dari contoh 11 di atas, kita dapat menentukan KPK dengan menggunakan teorema 3 yaitu:
KPK dari 66 dan 50
Misalkan a = 66 dan b = 50
a.b = (66) (50) = 3300
(a,b) = 2 diperoleh dari contoh sebelumnya
[a,b](a,b) = a.b
[a,b] 2 = 3300
[a,b] = $\frac{3300}{2} = 1650$

Jadi KPK dari 66 dan 50 adalah 1650
Catatan : **[a,b] artinya KPK dari a dan b dan (a,b) artinya FPB dari a dan b**

C. Menentukan KPK dan FPB dengan Menggunakan Konsep Bilangan Prima (Bilangan Basit).

Dalam menggunakan konsep bilangan prima (basit), perlu kita ingat dulu definisi bilangan prima.

Definisi 3: Bilangan Prima (Bilangan Basit)

Sebuah bilangan bulat P > 1 dinamakan bilangan Prima (P prima) jika tidak ada bilangan d pembagi p, yang memenuhi 1 < d < p. Definisi ini di tingkat SD disederhanakan menjadi bilangan Prima adalah bilangan yang hanya dapat dibagi 1 dan dengan bilangan itu sendiri. Bilangan yang bukan prima di sebut bilangan komposit.

Yang menjadi permasalahan kadang kala di jenjang SD adalah bagaimana membuktikan bilangan itu sebagai bilangan prima atau bukan prima (komposit). Untuk membantu menjawab permasalahan ini, kita memerlukan teorema dalam hal ini.

Teorema 6:

Tiap bilangan bulat n > 1 dapat dinyatakan sebagai hasil kali bilangan-bilangan prima.

Untuk menjelaskan penerapan pemfaktoran prima dalam mencari FPB, perhatikan peragaan berikut:

Misalkan pemfaktoran prima dari x dan y adalah:

$x = {p_1}^{m_1}{p_2}^{m_2} \cdots {p_k}^{m_k}$

$y = {p_1}^{n_1}{p_2}^{n_2} \cdots {p_k}^{n_k}$

Banyaknya faktor disamakan (diberi indeks sama) dengan pengertian bahwa nilai pangkat ($m_i\ atau\ n_j$) bisa nol.

1. Jika min (x, y) menyatakan bilangan yang terkecil dari x dan y, maka dapat ditentukan bahwa:

   $(x, y) = {p_1}^{\min(m_1,n_1)}{p_2}^{\min(m_2,n_2)} \cdots {p_k}^{\min(m_k,n_k)}$

   Keadaan ini diakibatkan oleh:

   Jika ${p_i}^{m_i}$ faktor dari x dan ${p_i}^{n_i}$ faktor dari y, maka faktor persekutuan terbesar dari x dan y adalah:

   ${p_i}^{m_i}$ jika $m_i \leq n_i$

   ${p_i}^{n_i}$ jika $n_i \leq m_i$

   Sehingga faktor persekutuan terbesar dari x dan y mempunyai faktor dalam bentuk: ${p_i}^{\min(m_i,n_i)}$

2. Jika mak (x, y) menyatakan bilangan yang terkecil dari x dan y, maka dapat ditentukan bahwa:
   $[x,y] = {p_1}^{\text{mak}(m_1,n_1)}{p_2}^{\text{mak}(m_2,n_2)} \cdots {p_k}^{\text{mak}(m_k,n_k)}$
   Keadaan ini diakibatkan oleh:
   Jika ${p_i}^{m_i}$ faktor dari x dan ${p_i}^{n_i}$ faktor dari y, maka faktor persekutuan terbesar dari x dan y adalah:
   ${p_i}^{m_i}$ jika $m_i \leq n_i$
   ${p_i}^{n_i}$ jika $n_i \leq m_i$
   Sehingga faktor persekutuan terbesar dari x dan y mempunyai faktor dalam bentuk: ${p_i}^{\text{mak}(m_i,n_i)}$

Berdasarkan teorema 4 di atas, setiap bilangan asli lebih dari 1 dapat di cari faktor-faktor primanya dengan jalan secara berturut-turut mencoba membagi bilangan tersebut dengan: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,...
FPB dan KPK dicari dengan menggunakan nilai minimum dan nilai maksimum dari pangkat setiap faktor.

Contoh 15:
Tentukan KPK dan FPB dari 90 dan 120
Berdasarkan teorema di atas, kita akan menguraikan menjadi faktor-faktor basit (prima) dari bilangan-bilangan tersebut.
Misalkan a = 90
90 = (2) (3^2) (5) (7^0)
b = 120
120 = (2^3)(3^0)(5)(7)
maka FPB = (a,b) = $2^{\min(1,3)}\,3^{\min(2,0)}\,5^{\min(1,1)}\,7^{\min(0,1)}$ = (2^1)(3^0)(5^1)(7^0) = 10
KPK =[a,b]= $2^{\text{maks}(1,3)}\,3^{\text{maks}(2,0)}\,5^{\text{maks}(1,1)}\,7^{\text{maks}(0,1)}$ = (2^3)(3^2(5^1)(7^1)= 1260

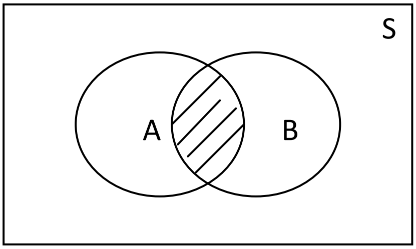
Contoh 16:
Tentukan KPK dan FPB dari 117 dan 216. (pada contoh 2 ini sebagai latihan untuk para pembaca)

D. Menentukan KPK dan FPB dengan Konsep Irisan Himpunan

Pada pembahasan ini penulis mengkaji suatu metode untuk menemukan KPK dan FPB dengan menggunakan salah satu konsep irisan pada himpunan. Metode ini, tidak lazim digunakan di tingkat SD maupun di sekolah menengah, namun sebuah metode akan menjadi pilihan bagi siswa apabila diajarkan, semakin kaya metode yang kita miliki, maka akan membawa kita semakin memahami konsep matematika itu sendiri.

Konsep Irisan Pada Himpunan

Irisan atau perpotongan pada himpunan A dan B adalah himpunan dari elemen-elemen yang dimiliki bersama oleh A dan B, yaitu elemen-elemen yang termasuk anggota A dan juga anggota B, yang dapat dinyatakan dengan simbol dan diagram venn pada gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Irisan A dan B

$A \cap B$ di baca A irisan B.

$A \cap B$ adalah yang diberi bayangan

Misalkan S = {a, b, c, d} dan T = {f, b, d, g} maka $S \cap T$ = {b, d}.

Keterkaitan konsep ini dengan konsep Pembagi Bersama (Faktor Persekutuan) pada bilangan seperti yang dijelaskan di atas adalah sebagai berikut. (Perhatikan gambar 1).

Jika terdapat dua bilangan a dan b, memiliki masing-masing pembagi, misalkan K untuk pembagi bilangan a dan M untuk pembagi bilangan b, serta ada L sebagai pembagi bersama untuk bilangan a dan b. maka kita peroleh bahwa

FPB = L dan KPK = K x L x M

Contoh 17:

Tentukan KPK dan FPB dari 32 dan 44

Dalam contoh ini kita akan menentukan pembagi untuk 32 dan 44 serta pembagi bersamanya di peroleh:

32 = 4 x 8 dan 44 = 4 x 11, Sehingga FPB = 4 dan KPK = 8 x 4 x 11 = 352

C. KESIMPULAN

Pada tulisan ini diutarakan bagaimana menentukan KPK dan FPB dalam bentuk bilangan **pecahan**, menggunakan algoritma **euclides**, konsep bilangan **basit** (prima), dan konsep **irisan** pada teori himpunan. Metode tersebut dinamakan metode "***PEBI***", metode ini diharapkan bagi guru sebagai alternatif untuk mengajar dalam menyelesaikan FPB dan KPK.

DAFTAR PUSTAKA

Depdiknas. (2003). *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Pertama & Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas.

Depdiknas. (2004). *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Kelas I s/d VI Sekolah Dasar dan Madrasah Ibtidaiyah*. Jakarta: Kloang Klede Putra Timur.

Hudojo, Herman. (2003). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Jurusan Matematika FMIPA: UM.

Muhsetyo, Gatot. (1997). *Dasar-dasar Teori Bilangan*. Depdikbud: Jakarata

Soedjadi. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Balai Pustaka.

Sukirman. (2006). *Pengantar Teori Bilangan*. Hanggar Kreator: Yogyakarta

Surya, Yohanes. (2006). *Matematika itu Asyik*. PT Armandelta Selaras: Jakarta

Suryadi. (2009). *KBK dan FPB dengan Metode Ebik*. Blog.