βeta

Vol. 5 No. 2 (Nopember) 2012, Hal. 99-107

p-ISSN: 2085-5893 / e-ISSN: 2541-0458
http://jurnalbeta.ac.id

PENGOPTIMAN PENDAPATAN LAHAN PARKIR KENDARAAN BANDAR UDARA INTERNASIONAL LOMBOK MENGGUNAKAN METODE *BRANCH AND BOUND*

Siti Rahmatullah, Mamika Ujianita Romdhini, Marwan, Lailia Awalushaumi[1]

Abstract: In this research, integer linear programming of vehicle's setting in Lombok International Airport is solved by Branch and Bound Method. Branch and Bound is the method that can deliver integer solution of the linear programming. The optimum result is parking area's income of Lombok International Airport can be achieved until Rp1.218.690.000/month with lade of 384 unit's of motorcycle, 990 units of class I of the car, and 21 units of the bus or truck with the length < 9 m. If we make a comparison between the maximum income with the number of tax in number Rp90.074.550, then the number of the tax is only 7,31% of the maximum income. So that, in the other words we can say that the number of tax which accepted by Central Lombok's Government is not representative with parking area's income which can be acquired.

Keywords: *integer linear programming: Branch and Bound method; the tax of International Lombok Airport parking area's income*

A. PENDAHULUAN

Pendapatan dari tarif parkir Bandara Internasional Lombok merupakan salah satu sumber pajak yang potensial bagi Kabupaten Lombok Tengah. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu upaya untuk mengoptimumkan pendapatan tersebut agar jumlah yang diperoleh dapat melebihi jumlah besaran pajak yang diwajibkan. Salah satunya dengan pengaturan jumlah kendaraan yang menempati lahan parkir, yang dalam hal ini dapat dimodelkan menjadi suatu permasalahan program linear bilangan bulat.

[1] Universitas Mataram, Nusa Tenggara barat, Indonesia

Dalam penelitian ini, program linear bilangan bulat dari pengaturan lahan parkir Bandara Internasional Lombok dapat diselesaikan menggunakan metode *Branch and Bound* yang merupakan salah satu metode untuk menghasilkan solusi bilangan bulat dari suatu permasalahan program linear.

LANDASAN TEORI

Model Program Linear

Secara umum, masalah program linear dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

Mencari $x_1, x_2, \dots, x_n$ yang memaksimumkan (atau meminimumkan)

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{2.1}$$

dengan kendala

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n(\leq,=,\geq)b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n(\leq,=,\geq)b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n(\leq,=,\geq)b_m \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

dan

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \tag{2.3}$$

Keterangan :

x_j = jenis aktivitas (variabel keputusan)

a_{mn} = kebutuhan sumberdaya *m* untuk menghasilkan setiap unit aktivitas *j*

b_m = jumlah sumberdaya *m* yang tersedia

c_j = kenaikan nilai fungsi tujuan jika ada pertambahan satu unit aktivitas *j*

(Susanta, 1994).

Dari model di atas, bentuk (2.1) disebut sebagai fungsi tujuan *(objective function)*, bentuk (2.2) disebut kendala masalah *(problem constrains)*, dan bentuk (2.3) disebut kendala non-negatif *(non negative constraints)*.

Apabila didefinisikan $\boldsymbol{A_0} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c_j} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x_j} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, dan $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$, maka berdasarkan persamaan (2.1), (2.2), dan

(2.3), kendala linear dalam permasalahan program linear dapat dinyatakan dalam bentuk matriks

$$\boldsymbol{A_0 x_j}\ (\leq, =, \geq)\boldsymbol{b} \qquad (2.4)$$

dengan $\boldsymbol{b}$ dinamakan vektor prasyarat, $\boldsymbol{c_j}$ dinamakan vektor harga dengan elemennya sebagai nilai dari variabel pada elemen $\boldsymbol{x_j}$.

2.1.3 Bentuk Standar (Bentuk Kanonik) Program Linear

Apabila terdapat kendala linear bertanda "≤" atau "≥", maka untuk menjadi bentuk standar, terlebih dahulu diubah menjadi suatu persamaan dengan ruas kirinya ditambahkan *slack variable* atau dikurangi dengan *surplus variable*.

Dengan demikian, apabila terdapat *n* kendala linear, dimana sebanyak *g* kendala linear bertanda "≤", dan sebanyak *h* kendala linear bertanda "≥", maka dapat dinyatakan bahwa terdapat (*n* – *g* - *h*) kendala linear bertanda "=".

- Apabila kendala linear ke-*p* bertanda "≤", maka diperoleh bentuk standar:

$$a_{p1}x_1 + a_{p2}x_2 + \cdots + a_{pn}x_n + x_{n+p} = b_p \qquad (2.5)$$

- Apabila kendala linear ke-*q* bertanda "≥", maka diperoleh bentuk standar:

$$a_{q1}x_1 + a_{q2}x_2 + \cdots + a_{qn}x_n + x_{n+q} = b_q \qquad (2.6)$$

Pada persamaan (2.7) terdapat *slack variable*, yaitu x_{n+p}, dan pada persamaan (2.8) terdapat *surplus variable*, yaitu x_{n+q}. Sehingga *slack variable* dan *surplus variable* tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk vektor kolom

$$\boldsymbol{x_s} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ \vdots \\ x_{n+g} \\ \vdots \\ x_{n+g+h} \end{bmatrix} \qquad (2.7)$$

dengan $\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ \vdots \\ x_{n+g} \end{bmatrix}$ adalah *slack variable* dan $\begin{bmatrix} x_{n+g+1} \\ \vdots \\ x_{n+g+h} \end{bmatrix}$ adalah *surplus variable*, sehingga dengan adanya *slack variable* dan *surplus variable*, maka persamaan (2.4) dapat dinyatakan sebagai

$$\boldsymbol{A_0 x_j} + \begin{bmatrix} I_g & 0 \\ 0 & I_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x_s} = \boldsymbol{b} \qquad (2.8)$$

dimana $\boldsymbol{x_j}$ adalah vektor variabel pokok, dan $\boldsymbol{I_g}$ dan $\boldsymbol{I_h}$ merupakan matriks identitas dengan orde g dan h. Kendala linear bertanda non-negatif yang dikenakan pada tiap variabel adalah $\boldsymbol{x_j} \geq 0$, $\boldsymbol{x_s} \geq 0$.

Dengan adanya *slack variable* dan *surplus variable*, maka fungsi tujuan pada persamaan (2.1) menjadi:

$$z = \boldsymbol{c_j^t x_j} + \boldsymbol{c_s^t x_s} \qquad (2.9)$$

dimana $\boldsymbol{c_s^t} = [c_{n+1}, \dots, c_{n+g},\ c_{n+g+1}, \dots, c_{n+g+h}]$ adalah koefisien dari g komponen *slack variable* dan h komponen *surplus variable* yang nilainya adalah 0 (nol).

Dari penjelasan di atas, maka bentuk (2.1), (2.2), dan (2.3) dapat dinyatakan dengan notasi matriks:

Mencari $x_1, x_2, \dots, x_n$ yang memaksimumkan (atau meminimumkan)

$$z = \boldsymbol{c_j^t x_j} + \boldsymbol{c_s^t x_s} \qquad (2.10)$$

dengan kendala linear

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b} \text{ dan } \boldsymbol{x} \geq 0 \qquad (2.11)$$

dimana $\boldsymbol{A} = \left[A_0 \left| \begin{matrix} I_g & 0 \\ 0 & I_h \\ 0 & 0 \end{matrix} \right. \right]$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_j \\ x_s \end{bmatrix}$.

Metode Simpleks

Untuk menyelesaikan permasalahan program linear secara analitik, digunakan metode simpleks dengan algoritma sebagai berikut:

1. Mengubah fungsi objektif dan fungsi kendala ke bentuk kanonik.
2. Periksa apakah ada matriks I dalam koefisien fungsi kendala. Jika tidak, tambahkan *artificial variable M* sampai terdapat matriks I.
   Untuk soal maksimum, koefisien dari *M* = -1.
   Untuk soal minimum, koefisien dari *M* = 1.
   Jika ya, susun tabel awal.
3. Mencari kolom kunci yaitu bilangan terkecil dari baris $(z_j - c_j)$.
4. Mencari baris kunci ($Rasio = \frac{kuantitas}{elemen\ kolom\ kunci}$).
   Baris kunci yaitu baris yang mengandung elemen dari kolom rasio dengan nilai terkecil.

5. Menentukan angka kunci yaitu irisan antara kolom kunci dan baris kunci.
6. Membagi baris kunci dengan angka kunci.
7. Buat nol elemen kolom kunci lainnya dengan operasi baris elementer.
8. Periksa keoptimalan (maksimum atau minimum)
   Untuk maksimum: semua elemen baris $z_j - c_j$ untuk setiap variable basisnya tidak boleh bernilai negatif.
   Untuk minimum: semua elemen baris $z_j - c_j$ untuk setiap variable basisnya tidak boleh bernilai positif.
   Jika masih ada, ulangi langkah 3.
9. Titik optimal ditemukan.

(Sumayani, 2010).

Metode Cabang dan Batas (*Branch and Bound Method*)

Metode *Branch and Bound* (cabang dan batas) adalah salah satu metode penyelesaian optimum program linear yang menghasilkan variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi solusioptimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru (Siringoringo, 2005).

Metode *Branch and Bound* ini digunakan untuk memecahkan persoalan program linear *integer* digabungkan bersama-sama dengan metode simpleks dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Memilih solusi optimum *non-integer* dari suatu penyelesaian program linear integer yang memiliki nilai terbesar.
2. Membuat percabangan dan memberi batasan sesuai dengan dua bilangan bulat yang mengapitnya. Masing-masing percabangan ini disebut dengan sub masalah, yaitu model program linear awal ditambah dengan batasan sesuai percabangannya sebagai kendala baru.
3. Mencari solusi optimum untuk masing-masing sub masalah dengan menggunakan metode simpleks.
4. a. Jika didapatkan solusi fisibel *integer*, maka percabangan dihentikan. Solusi yang didapatkan tersebut merupakan calon solusi optimum.
   b. Jika didapatkan solusi infisibel, maka percabangan selesai.

c. Jika didapatkan solusi fisibel *non-integer*, kembali ke langkah 2.

5. Menentukan solusi optimum *integer* di antara calon solusi yang ada.
6. Solusi optimum *integer* ditemukan.

B. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian dalam tugas akhir ini adalah *application research*. Alat yang digunakan adalah metode *Branch and Bound* dengan bantuan *software WinQSB 2.0.* Dalam hal ini pendapatan yang dioptimumkan adalah pendapatan parkir dari kendaraan roda empat dan roda enam karena kedua jenis kendaraan ini menempati lahan parkir yang sama. Sedangkan untuk pendapatan parkir dari roda dua ditambahkan di akhir optimasi. Dengan asumsi semua kendaraan menempati lahan parkir selama satu jam, jadi tarif progresif diabaikan.

Dalam menyelesaikan pengoptimuman pendaptatan lahan parkir BIL, maka terlebih dahulu dirumuskan model program linearnya, dengan:

Variabel:

x_1 = jumlah mobil penumpang golongan I (kendaraan untuk orang biasa)

x_2 = jumlah mobil penumpang golongan II (kendaraan untuk keperluan khusus)

x_3 = jumlah bus/truk dengan panjang < 9 m

x_4 = jumlah bus/truk dengan 9 m ≤ panjang ≤ 12 m

x_5 = jumlah bus/truk dengan panjang ≥ 12 m

Fungsi tujuan

maksimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_5$

dengan c_i $(i = 1, 2, \dots, 5)$ adalah tarif parkir untuk masing-masing jenis kendaraan.

Kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}x_5 \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 \leq b_2$$

dengan

a_{1i}= luas area parkir yang dibutuhkan untuk satu unit masing-masing jenis kendaraan

b_1 = luas area parkir untuk kendaraan roda empat dan roda enam BIL

a_{2i}= jumlah maksimum unit masing-masing jenis kendaraan

b_2 = kapasitas maksimum area parkir untuk kendaraan roda empat dan roda enam BIL

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0.$

C. HASIL DANPEMBAHASAN

Model Program Linear Pengoptimuman Pendapatan Lahan Parkir BIL

Maksimumkan $z = 3000x_1 + 3000x_2 + 7000x_3 + 7000x_4 + 7000x_5$, dengan kendala

$$11{,}52x_1 + 14{,}4x_2 + 27x_3 + 39{,}6x_4 + 46{,}2x_5 \leq 11972$$

$$x_1 + x_2 \leq 1026$$

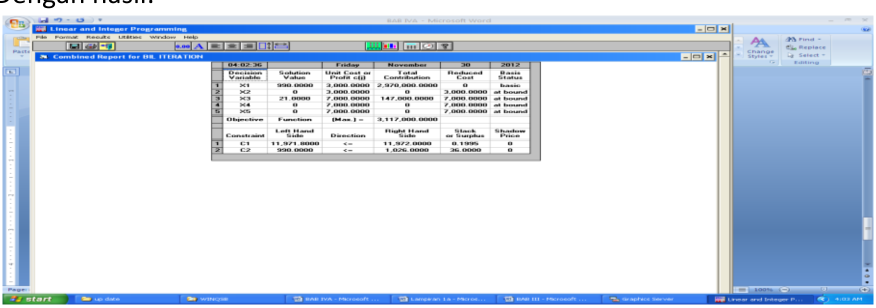
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$ dan bernilai bilangan bulat.

Setelah model program linear ditentukan, maka permasalahan program linear tersebut diselesaikan menggunakan metode *Branch and Bound* dengan bantuan *software WinQSB 2.0.*

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Maximize	3000	3000	7000	7000	7000		
C1	11.52	14.4	27	39.6	46,2	<=	11972
C2	1	1				<=	1026
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Gambar 1. Tampilan tabel entri model program linear

Dengan hasil:



	04:02:36		Friday	November	30	2012
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	990.0000	3,000.0000	2,970,000.0000	0	basic
2	X2	0	3,000.0000	0	3,000.0000	at bound
3	X3	21.0000	7,000.0000	147,000.0000	7,000.0000	at bound
4	X4	0	7,000.0000	0	7,000.0000	at bound
5	X5	0	7,000.0000	0	7,000.0000	at bound
	Objective	Function	(Max.) =	3,117,000.0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	11,971.8000	<=	11,972.0000	0.1995	0
2	C2	990.0000	<=	1,026.0000	36.0000	0

Gambar 2. Solusi program linear bilangan bulat

Dari hasil di atas maka diperoleh:

Tabel 1. Pendapatan maksimum lahan parkir BIL selama satu jam

Jenis kendaraan	Tarif parkir (Rp)	Kapasitas maksimum (unit)	Pendapatan maksimum (Rp)
Kendaraan roda dua	1.500	384	576.000
Mobil penumpang golongan I	3.000	990	2.970.000
Mobil penumpang golongan II	3.000	0	0
Bus/truk dengan panjang < 9 m	7.000	21	147.000
Bus/truk dengan 9 m ≤ panjang ≤ 12 m	7.000	0	0
Bus/truk dengan panjang ≥ 12 m	7.000	0	0
Total pendapatan maksimum			3.693.000

Berdasarkan batasan masalah dan data yang diperoleh, bahwa dalam sehari BIL memiliki waktu 11 jam efektif, maka pendapatan maksimum yang dapat diperoleh adalah Rp3.693.000 × 11 = Rp40.623.000/hari. Pendapatan tersebut jika dikalkuklasikan dalam waktu satu bulan, maka dapat mencapai Rp40.623.000 × 30 = Rp1.218.690.000.

Terkait dengan pajak yang harus dibayarkan kepada pemerintah Kabupaten Lombok Tengah, jumlah besaran pajak jika dibandingkan dengan jumlah pendapatan maksimum sangat tidak sepadan, pasalnya pemerintah Kabupaten Lombok Tengah menetapkan besaran tanggungan pajak yaitu 30% dari Minimum Omzet Bruto atau sejumlah Rp90.074.550/bulan. Dengan kata lain, pajak untuk pendapatan lahan parkir kendaraan BIL hanya sekitar 7,39% dari jumlah pendapatan maksimum.

D. KESIMPULAN

Besar tanggungan pajak atas pendapatan parkir BIL kepada pemerintah Kabupaten Lombok Tengah tidak representatif, karena jumlahnya hanya sekitar 7,31% dari pendapatan maksimum yang dapat diperoleh setiap bulannya.

DAFTAR PUSTAKA

Agustina, F., (2009). *Metode Simpleks, Direktori*, FPMIPA Jurusan Pendidikan Matematika UPI, Bandung.

Argga. (1985). *Dinamik dan Integer Programming*, BPFE, Yogyakarta.

_______. (2010). *Peraturan Menteri Perhubungan Tentang Pedoman Penyelenggaraan Fasilitas Parkir*, http://bstp.hubdat.web.id/data/arsip/parkir.pdf, diakses Tanggal 20 November 2012.

________. (2012). *Program Integer*, http://www.math.unsyiah.ac.id/asep/images/program_integer.pdf, diakses Tanggal 27 Oktober 2012.

Chairul, A. (2012). *NTB Siapkan Parkir Kendaraan Pengantar Calhaj*, http://www.jurnalhaji.com/berita/ntb-siapkan-parkir-kendaraan-pengantar-calhaj.html, diakses Tanggal 25 Juli 2012.

Fryer, MJ dan Greenman, JV. (1987). *Optimisation Theory*, Edward Arnold, Great Britain.

Garfinkel, R. S. dan Nemhauser G. L. (1972). *Integer Programming*, John Wiley & Sons, New York.

Herjanto, E. (2008). *Manajemen Operasi Edisi Ketiga*, Grasindo, Jakarta.

Hermanto, K. (2011). *Pengoptimuman Penjadwalan Perawat pada Instalasi Ruang Inap RSU Provinsi NTB Berdasarkan Preferensi Libur Menggunakan Program Linear Integer Nol-Satu*, *Skripsi*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, Mataram.

Hiller, F. S. dan Lieberman, G. J. (1990). *Introduction To Mathematical Programming*, McGraw-Hill Book Company, Singapore.

Sumayani, N. F. (2010). *Struktur Optimalisasi Konveks dan Visualisasinya Menggunakan Maple 14, Skripsi*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, Mataram.

Supranto, J. (1983). *Linear Programming*, Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Jakarta.

Susanta, B. (1994). *Program Linear*, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Yogyakarta.