βeta
Vol. 5 No. 1 (Mei) 2012, Hal. 21-29

p-ISSN: 2085-5893 / e-ISSN: 2541-0458
http://jurnalbeta.ac.id

SIFAT-SIFAT FUNGSI YANG TERINTEGRAL MCSHANE DALAM RUANG EUCLIDE BERDIMENSI N UNTUK FUNGSI-FUNGSI BERNILAI BANACH

Kristayulita[1]

Abstract: This paper contain McShane integral banach values function the Euclidean space $\mathfrak{R}^n$. We study some properties of McShane integrable functions from the Euclidean space $\mathfrak{R}^n$ into Banach space.

Key Words: *McShane integral; Euclidean space $\mathfrak{R}^n$; Banach space*

A. PENDAHULUAN

Teori integral telah banyak mengalami perkembangan sejak pertama kali diperkenalkan oleh Newton (1642 – 1727) ilmuwan asal Inggris, terlebih lagi setelah diperkenalkan integral Riemann pada tahun 1854. Teori integral Riemann ini kemudian memicu perkembangan teori integral. Karena keterbatasan integral Riemann, maka membuat seorang pemakai matematika yaitu Kurzweil (Cekoslowakia), memberikan perluasan integral Riemann untuk keperluan penelitiannya. Kemudian pada akhir tahun 1959, Henstock (Inggris) memberikan studi yang sistematis tentang teori integral tersebut pada garis lurus. Henstock melakukan penelitian dengan jalan mengembangkan konstanta positif δ di dalam integral Riemann menjadi fungsi δ, kemudian diberi nama dengan integral Henstock-Kurzweil yang dikenal dengan integral Riemann diperluas atau integral Riemann kontinu lengkap atau integral Henstock. Integral Henstock ternyata mendapat sambutan dan erhatian yang sangat besar dari peneliti untuk menggali sifat-sifat dan pemakainnya serta mengembangkan atau mencari kemungkinan lain untuk mengembangkan

[1] IAIN Mataram, Mataram, Indonesia, kristayulita@gmail.com

teori integral tersebut sehingga ruang lingkup atau jangkauannya lebih luas.

Seiring dengan perluasannya integral Riemann menjadi Integral Henstock diperoleh integral McShane fungsi-fungsi yang bernilai real yang merupakan perumuman integral Riemann. Lee (1989) membuktikan bahwa fungsi nonnegatif yang terintegral Henstock juga terintegral McShane. Pada ruang Euclide $\Re^n$, Gordon (1990) membicarakan definisi-definisi dan sifat-sifat integral McShane untuk fungsi-fungsi dari selang di dalam $\Re$ ke ruang Banach. Pfeffer (1993) menyusun teori integral McShane fungsi-fungsi bernilai real pada ruang Euclide $\Re^n$ dengan menggunakan persekitaran yang berupa balok dan menggunakan fungsi volume yang bersifat aditif dan non aditif. Budiyono (2004) telah membahas integral McShane fungsi bernilai Banach pada ruang Euclide $\Re^n$.

Himpunan semua bilangan real dinotasikan dengan $\Re$. Untuk bilangan asli n, $\Re^n$ menyatakan semua pasangan atas n bilangan real yaitu

$$\Re^n = \Re \times \Re \times \Re \times \Re \times \ldots \times \Re \text{ (n faktor)}$$
$$= \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \Re^n ; x_i \in \Re, 1 < i < n\}$$

Untuk setiap $\bar{x}, \bar{y} \in \Re^n$ dan $\alpha \in \Re$. Jika A himpunan bagian tak kosong di dalam $\Re^n$, diameter himpunan A didefinisikan $diam(A) = \sup\{\|\bar{x} - \bar{y}\| : \bar{x}, \bar{y} \in A\}$. Untuk $\bar{x} \in \Re^n$, persekitaran (*Neighborhood*) titik $\bar{x}$ dengan radius r > 0 dinotasikan $B(\bar{x}, r)$, didefinisikan $B(\bar{x}, r) = \{\bar{y} \in \Re^n : \|\bar{x} - \bar{y}\| < r\}$.

B. PEMBAHASAN

Partisi Perron δ-fine

Partisi sangat penting dalam mendefinisikan integral termasuk dalam pendefinisian integral Mcshane dari ruang Euclide $\Re^n$ ke ruang Banach. Partisi pada sel $E \subset \Re^n$ adalah koleksi berhingga sel tidak saling tumpang tindih P = {D_1, D_2, D_3, ... , D_k} dengan $\bigcup_{p \in P} D = E$.

Definisi 1.1

Diberikan sel $E \subset \Re^n$.

a. Suatu koleksi hingga sel-sel tak saling tumpang tindih P = {D_1, D_2, D_3, ... , D_k} disebut partisi parsial sel E atau partisi di dalam (in) sel E jika $\bigcup_{i=1}^{n} D_i \subseteq E$.
   i. Koleksi hingga pasangan-pasangan sel titik P = $\{(D_i, \bar{x}_i)\} = \{(D_1, \bar{x}_1), (D_2, \bar{x}_2), \dots, (D_k, \bar{x}_k)\}$ ditulis singkat dengan P = $\{(D, \bar{x})\}$ disebut partisi δ-fine McShane (***McShane δ-fine partition***) (Lebesgue) di dalam (in) E.
   ii. Jika terdapat δ fungsi positif pada E, P = $\{(D_i, \bar{x}_i)\}$ partisi Lebesgue di dalam (in) E sehingga $D_i \subset B(\bar{x}_i, \delta(\bar{x}_i))$ dan $\bar{x}_i \in D_i$ untuk setiap i maka P disebut partisi perron δ-fine di dalam (in) E.

b. Suatu koleksi hingga sel-sel tak saling tumpang tindih P = {D_1, D_2, D_3, ... , D_k} disebut partisi pada (on) sel E jika $\bigcup_{i=1}^{n} D_i = E$.
   i. Koleksi hingga pasangan-pasangan sel titik P = $\{(D_i, \bar{x}_i)\} = \{(D_1, \bar{x}_1), (D_2, \bar{x}_2), \dots, (D_k, \bar{x}_k)\}$ ditulis singkat dengan P = $\{(D, \bar{x})\}$ disebut partisi δ-fine McShane (***McShane δ-fine partition***) (Lebesgue) pada (on) sel E.
   ii. Jika terdapat δ fungsi positif pada E, P = $\{(D_i, \bar{x}_i)\}$ partisi Lebesgue pada (on) sel E sehingga $D_i \subset B(\bar{x}_i, \delta(\bar{x}_i))$ dan $\bar{x}_i \in D_i$ untuk setiap i maka P disebut partisi perron δ-fine pada (on) E.

Selanjutnya titik $\bar{x}$ dengan $(D, \bar{x}) \in$ P dinamakan titik terkait partisi δ-fine. Jika syarat $\bar{x}_i \in D_i$ diabaikan, partisinya dikenal sebagai partisi McShane δ-fine atau partisi McShane.

Keberadaan partisi δ-fine pada sel E $\subset \Re^n$ dijamin oleh Lemma Cousin yang dinyatakan dalam teorema 1.2. perlu diperhatikan bahwa jika P_1 dan P_2 berturut-turut partisi δ_1-fine pada sel E_1 dan partisi δ_2-fine pada sel E_2 dengan $E^o_1 \cap E^o_2 = \emptyset$ maka P = $P_1 \cup P_2$ merupakan partisi δ-fine pada sel $E_1 \cup E_2$.

Teorema 1.2. (Lemma Cousin) (Indrati, 2002)

Untuk setiap fungsi positif δ pada sel E $\subset \Re^n$ terdapat partisi δ-fine pada sel E.

Teorema 1.3 (Pfeffer, 1993)

Jika δ_1 dan δ_2 fungsi-fungsi positif pada sel E $\subset \Re^n$ dengan $\delta_1(\bar{x}) \le \delta_2(\bar{x})$ untuk setiap $\bar{x} \in E$, maka setiap partisi δ_1-fine pada sel E merupakan partisi δ_2-fine pada sel E.

Volume-α

Pengertian volume-α pada sel E $\subset \Re^n$ dapat didefinisikan sebagai berikut.

Definsi 1.4 (Pfeffer, 1993)

Diberikan I($\Re^n$) koleksi semua selang di dalam $\Re^n$. fungsi α: I($\Re^n$) $\to$ $\Re$ disebut volume pada $\Re^n$ jika α merupakan fungsi non negatif yaitu α(A) $\geq$ 0 untuk setiap A $\in$ I($\Re^n$) dan α merupakan fungsi aditif yaitu α(A $\cup$ B) = α(A) + α(B) untuk setiap A, B $\in$ I($\Re^n$) dan A$\cap$B = $\varnothing$.

Selanjutnya untuk E $\in$ I($\Re^n$) bilangan α(E) disebut volume-α selang E. Dari sedinisi di atas diperoleh akibat sebagai berikut.

Akibat 1.5.

Diberikan volume-α di dalam $\Re^n$ maka berlaku

i) Jika A dan B sel-sel di dalam $\Re^n$ dan A $\subseteq$ B maka α(A) ≤ α(B)
ii) Jika D selang degenerate maka α(D) = 0.

Fungsi Sederhana-δ

Definisi 1.6.

Diberikan sel $E \subset \Re^n$ dan fungsi positif δ pada sel *E*. φ dikatakan fungsi sederhana-δ pada sel *E*, jika $\{(D_i, \overline{x_i}), 1 < i < p\}$ partisi McShane δ-fine pada sel *E* untuk setiap $c_i, c_2, \ldots, c_p \in X$ berlaku $\varphi = \sum_{i=1}^{p} c_i \chi_{D_i}$.

Ruang Banach

Sebelum membicarakan ruang Banach, terlebih dahulu didefinisikan ruang bernorma (**Norma Space**) atas field $\Re$. Ruang linear adalah ruang vektor atas field $\Re$.

Definisi: 1.7

Diberikan X ruang linear

i) Norma pada X adalah fungsi dari X ke himpunan real $\Re$ yang nilai fungsinya dinotasikan dengan $\|\circ\|$ yang bersifat

N_1 $\|\circ\| \geq 0$ untuk setiap x$\in$X
$\|x\| = 0$ jika dan hanya jika x = 0

N_2 $\|\alpha x\| = |\alpha|\ \|x\|$ untuk setiap x$\in$ X dan skalar α

N_3 $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ untuk setiap x, y $\in$ X.

ii) Ruang linear X yang dilengkapi dengan norma $\|\circ\|$ dinamakan ruang bernorma dan ditulis dengan (X, $\|\circ\|$).

Teroema 1.8

Setiap ruang bernorma (X, $\|\circ\|$) merupakan ruang metrik (X, d) terhadap metrik d: $d(\bar{x},\bar{y}) = \|\bar{x}-\bar{y}\|$, untuk setiap $\bar{x},\bar{y} \in X$.

Definisi 1.9

Setiap ruang bernorma yang lengkap disebut ruang Banach.

Definisi 1.10

Diberikan ruang-ruang bernorma X dan Y. Fungsi f : X $\rightarrow$ Y dikatakan kontinu di $\bar{x} \in X$ jika untuk setiap bilangan $\varepsilon > 0$ terdapat bilangan $\delta > 0$ sehingga jika $\bar{y} \in Y$ dan $d\ (\bar{x},\bar{y}) = \|\bar{x} - \bar{y}\| < \delta$ berakibat $\|f(\bar{x}) - f(\bar{y})\| < \varepsilon$.

Sifat-Sifat Integral McShane dalam Ruang Euclide berdimensi n ($\Re^n$) untuk Fungsi-Fungsi Bernilai Banach.

Definsi 2.1

Diberikan sel E $\subset \Re^n$, volume-α pada $\Re^n$ dan fungsi f: E $\subset \Re^n \rightarrow$ X dengan X ruang Banach. Fungsi f dikatakan terintegral McShane pada sel E terhadap volume-α ditulis $f \in M(E,X,\alpha)$, jika vektor $\bar{u} \in X$ sehingga untuk setiap $\varepsilon > 0$ yang diberikan terdapat fungsi positif pada sel E dan untuk setiap partisi McShane δ-fine P = $\{(D,\bar{x})\}$ pada sel E berlaku

$$\left\|\mathcal{P} \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\right\| < \varepsilon$$

Teorema 2.2

Jika fungsi $f \in M(E,X,\alpha)$ maka vektor $\bar{u}$ di dalam definisi 2.1 tunggal

Bukti

Jika vektor $\bar{u},\bar{v} \in X$. Akan ditunjukkan bahwa $\bar{u} = \bar{v}$.

Menurut definisi jika diberikan bilangan $\varepsilon > 0$ sebarang maka dapat ditemukan fungsi-fungsi positif δ_1 dan δ_2 pada sel E, sehingga untuk setiap partisi McShane δ_1-fine P_1 = $\{(D,\bar{x})\}$ dan partisi Mcshane δ_2-fine P_2 = $\{(D,\bar{x})\}$ berlaku

$\|\mathcal{P}_1 \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\| < \frac{\varepsilon}{3}$ dan $\|\mathcal{P}_2 \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{v}\| < \frac{\varepsilon}{3}$

Akibatnya;

$0 \leq \|\bar{u} - \bar{v}\| \leq \|\mathcal{P}_1 \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\| + \|\mathcal{P}_2 \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{v}\| \leq \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{3} < \varepsilon.$

Dengan kata lain terbukti $\bar{u} = \bar{v}$ adalah tunggal.

Berdasarkan Definisi 2.1 dan Teorema 2.2, vektor $\bar{u} \in X$ disebut nilai integral McShane fungsi f pada sel E terhadap volume-α dan ditulis dengan $\bar{u} = (M)\int_E f\, d\alpha$.

Teorema 2.3

Diberikan sel E $\subset \Re^n$ dan volume-α di dalam $\Re^n$.

i) Jika *f, g* $\in$ M(E,X,α) maka *f* + *g* $\in$ M(E,X,α) dan $(M)\int_E (f+g)\, d\alpha = (M)\int_E f\, d\alpha + (M)\int_E g\, d\alpha$.

ii) Jika $f \in$ M(E,X,α) dan c $\in \Re$ maka c*f* $\in$ M(E,X,α) dan $(M)\int_E (cf)\, d\alpha = c\,(M)\int_E f\, d\alpha$.

Bukti;

i) Jika vektor $\bar{u}, \bar{v} \in X$ sedemikian hingga $\bar{u} = (M)\int_E f\, d\alpha$ dan $\bar{v} = (M)\int_E g\, d\alpha$. Menurut definisi jika diberikan bilangan $\varepsilon > 0$ sebarang maka dapat ditemukan fungsi-fungsi positif δ_1 dan δ_2 pada sel E, sehingga untuk setiap partisi McShane δ_1-fine $P_1 = \{(D,\bar{x})\}$ dan partisi Mcshane δ_2-fine $P_2 = \{(D,\bar{x})\}$ berlaku

$$\|\mathcal{P}_1 \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\| < \frac{\varepsilon}{3} \text{ dan } \|\mathcal{P}_2 \sum g(\bar{x})\alpha(D) - \bar{v}\| < \frac{\varepsilon}{3}$$

Diambil fungsi positif δ pada sel E dengan rumus $\delta(\bar{x}) = min\{\delta_1(\bar{x}), \delta_2(\bar{x})\}$ untuk setiap $\bar{x} \in E$. Jika P = $\{(D,\bar{x})\}$ sebarang partisi McShane δ-fine pada sel E, P = $\{(D,\bar{x})\}$ merupakan partisi McShane δ_i-fine (i=1,2) pada sel E memenuhi:

$$\|\mathcal{P} \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\| < \frac{\varepsilon}{3} \text{ dan } \|\mathcal{P} \sum g(\bar{x})\alpha(D) - \bar{v}\| < \frac{\varepsilon}{3}.$$

Untuk setiap partisi McShane δ-fine pada sel E diperoleh:

$$\|\mathcal{P} \sum (f+9)(\bar{x})\alpha(D) - (\bar{u}+\bar{v})\| \le \|\mathcal{P} \sum f(\bar{x})\alpha(D) - \bar{u}\| + \|\mathcal{P} \sum g(\bar{x})\alpha(D) - \bar{v}\|$$

$$< \frac{\varepsilon}{3} + \frac{å}{3} < å.$$

Terbukti bahwa *f* + *g* $\in$ M(E,X,α) dan $(M)\int_E (f+g)\, dá = (M)\int_E f\, dá + (M)\int_E g\, dá$

ii) Jika vektor $\bar{u} \in X$ sedemikian hingga $\bar{u} = (M)\int_E f\, dá$ maka untuk sebarang bilangan $\varepsilon > 0$ yang diberikan terdapat fungsi positif δ pada sel E, sehingga untuk setiap partisi McShane δ-fine P = $\{(D, \bar{x})\}$ berlaku ; $\|\mathcal{P} \sum f(\bar{x})á(D) - \bar{u}\| < \frac{\varepsilon}{2(|c|+1)}$

Diperoleh: $\|\mathcal{P} \sum (cf)(\bar{x})á(D) - (c\,\bar{u})\| = \|c\,\mathcal{P} \sum f(\bar{x})á(D) - c\,\bar{u}\|$
$= |c| \|\mathcal{P} \sum f(\bar{x})á(D) - \bar{u}\| \le$
$|c| \frac{\varepsilon}{2(|c|+1)} < \varepsilon$

Jadi terbukti bahwa *cf* ∈ M(E,X,α) dan $(M)\int_E (cf)\, dá = c\,(M)\int_E f\, dá$.

Teorema 2.4.

Diberikan volume-α pada sel E ⊂ $\Re^n$ dan *f*: E ⊂ $\Re^n$ → X. Jika $f(\bar{x}) = \bar{0}$ hampir di mana-mana pada sel E maka *f* ∈ M(E,X,α) dan $(M)\int_E f\, dá = \bar{0}$.

Bukti:

Karena $f(\bar{x}) = \bar{0}$ hampir di mana-mana pada sel E maka terdapat himpunan A⊂E dengan μ(A) = 0 dan $f(\bar{x}) \ne \bar{0}$ untuk $\bar{x} \in A$. Untuk sebarang bilangan ε > 0 yang diberikan, diambil fungsi-fungsi positif δ pada sel E dengan rumus

$$ä(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & , untuk\ \bar{x} \in E - A \\ \dfrac{å2^{-i+1}}{\|f(\bar{x})\| + 1} & , untuk\ \bar{x} \in A \end{cases}$$

Untuk setiap partisi McShane δ-fine $\{(D_1, \bar{x}_1), (D_2, \bar{x}_2), \dots, (D_k, \bar{x}_k)\}$ pada sel E berlaku:

$$\left\| \sum_{i-1}^{k} f(\bar{x}_i)\, á(D_i) - \bar{0} \right\| = \left\| \sum_{i-1}^{k} f(\bar{x}_i)\, á(D_i) \right\| < \sum_{i-1}^{k} \|f(\bar{x}_i)\|\, á(D_i)$$
$$< \sum_{i-1}^{k} \|f(\bar{x}_i)\| \frac{å2^{-i+1}}{\|f(\bar{x})\| + 1} = å$$

Dengan kata lain terbukti bahwa *f* ∈ M(E,X,α) dan $(M)\int_E f\, dá = \bar{0}$.

Akibat 2.5

Diberikan volume-α pada sel E ⊂ $\Re^n$ dan *f*: E ⊂ $\Re^n$ → X. Jika *f* ∈ M(E,X,α) dan *f* = *g* hampir di mana-mana pada sel E maka *g* ∈ M(E,X,α) dan $(M)\int_E g\ dá = (M)\int_E f\ dá$.

Bukti

Perhatikan bahwa $g - f = \bar{0}$ hampir di mana-mana pada sel E. Akibatnya menurut Teorema 2.4 $(M)\int_E (g - f\,)dá = \bar{0}$. Berdasarkan Teorema 2.3 diperoleh:

$\bar{0} = (M)\int_E (g - f\,)dá = (M)\int_E\ g\ dá + (M)\int_E (-f\,)dá$ $=$ $(M)\int_E\ g\ dá - (M)\int_E\ f\ dá$

Diperoleh $(M)\int_E\ g\ dá = (M)\int_E\ f\ dá$

Dengan kata lain terbukti $g \in$ M(E,X,α) dan $(M)\int_E\ g\ dá = (M)\int_E\ f\ dá$

Teorema 2.6

Diberikan volume-α pada sel E $\subset \Re^n$ dan f: E $\subset \Re^n \to$ X dan $\mathcal{D} = \{D_1, D_2, D_3, \dots, D_m\}$ divisi pada sel E. Jika $f \in$ M(D_i,X,α) untuk setiap i = 1, 2, 3, ..., m maka $f \in$ M(E,X,α) dan $(M)\int_E\ f\ dá = \sum_{i=1}^{m}(M)\int_{D_i} f\ dá$.

Bukti

Diberikan bilangan $\varepsilon > 0$ sebarang maka dapat ditemukan fungsi-fungsi positif δ_i pada sel D_i, sehingga jika $\mathcal{D} = \{(A_i, \bar{x}_i) : i = 1,2,3, \dots, m\}$ partishane i McShane δ_i-fine pada D_i berlaku

$\left\| \mathcal{D}\sum_{i-1}^{m} f(\bar{x}_i)\, á(A_i) - (M)\int_{D_i} f\ dá \right\| < \frac{å}{m}$ untuk setiap i = 1, 2, 3, ..., m

Dibentuk fungsi positif dengan rumus:

$$ä(\bar{x}) = \begin{cases} ä_i(\bar{x}); jika\ \bar{x} \in int(D_i) untuk\ i = 1,2,3, \dots, m \\ \min\{ä_i(\bar{x}); \bar{x} \in \partial(\bar{x})\ untuk\ beberapa\ \bar{x} \in\ D_i\} \end{cases}$$

Diperoleh fungsi $ä(\bar{x})$ merupakan fungsi positif pada sel E dan $ä(\bar{x}) \leq ä_i(\bar{x})$ untuk setiap $\bar{x} \in D_i$, i = 1, 2, 3, ..., m. Diambil sebarang partisi McShane δ-fine $\mathcal{D}_i$ pada D_i, untuk i = 1, 2, 3, ..., m. Diambil partisi McShane δ-fine P = $\{(B_i, \bar{x}_i), i = 1,2,3, \dots, j\}$ pada sel E.

Jika $\mathcal{C} = \mathcal{D} \cup \{B_1, B_2, \dots, B_j\}$ segmentasi maka diperoleh

$$\mathcal{D}_i = \{(C_i, \bar{x}_i), \bar{x}_i \in D, C \in \mathcal{C}\ dan\ C \subset D \cap B_i\}$$

Oleh karena $\mathcal{D}_i$ merupakan partisi McShane δ_i-fine pada D_i untuk setiap i = 1, 2, 3, ..., m diperoleh

$$\left\| \mathcal{P} \sum f(\bar{x}) á(D) - \sum_{i-1}^{m} (M)\int_{D_i} f\ dá \right\|$$
$$\leq \left\| \sum_{i-1}^{m} \mathcal{D}_i \sum f(\bar{x}) á(D) - \sum_{i-1}^{m} (M)\int_{D_i} f\ dá \right\|$$

$\leq \sum_{i=1}^{m} \left\| \mathcal{D}_i \sum f(\bar{x}) \acute{a}(D) - (M) \int_{D_i} f \ d\acute{a} \right\| < \sum_{i-1}^{m} \frac{\mathring{a}}{m} = \mathring{a}.$

Dengan kata lain terbukti bahwa maka $f \in$ M(E,X,α) dan $(M) \int_E f \ d\acute{a} = \sum_{i=1}^{m} (M) \int_{D_i} f \ d\acute{a}$.

Teorema 2.7

Setiap fungsi sederhana-δ pada sel E terintegral McShane dan $(M) \int_E f \ d\acute{a} = \sum_{i=1}^{p} c_i(D_i)$

C. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, integral McShane bersifat tunggal dan linear. Integral McShane juga terintegral pada $f(\bar{x}) = \bar{0}$ hampir di mana-mana pada sel E sehingga $f \in$ M(E,X,α) dan $(M) \int_E f \ d\acute{a} = \bar{0}$. Berakibat pula, fungsi *f = g* hampir di mana-mana pada sel E maka *g* $\in$ M(E,X,α) dan $(M) \int_E g \ d\acute{a} = (M) \int_E f \ d\acute{a}$. Selain itu, integral McShane terintegral pada gabungan sel-sel dari sel E.

DAFTAR PUSTAKA

Gordon, R.A, 1994, *The Integral of Lebesgue, Denjoy, Perron and Henstock*. American Mathematical Society, USA.

Indrati, Ch. R. 2002. *Integral Henstock-Kurzweil pada Ruang Euclide R^n berdimensi-n*, Disertasi, universitas Gajah mada, Indonesia.

Lee, P.Y, 1989, *Lonzhou Lecture on henstock Integration*, World Scientific, Singapore.

Pfeffer, W.F, 1993, *The Riemann Approach after Kurzweil and Henstock*, Cambridge University Press.